

Lycée Moderne  
D'AboissoDevoir de  
**MATHEMATIQUES**  
Classe T.Cdate :26/04/2002  
durée :1 h 30mn**EXERCICE n°1**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3+2u_n}{2+u_n} \end{cases} \text{ pour tout entier naturel } n.$$

- 1) Montrer que pour tout entier naturel  $n$  non nul :  $0 < u_n < 2$
- 2) Montrer que  $(u_n)$  est monotone.
- 3) La suite  $(u_n)$  est elle convergente ? Justifier.
- 4) Déterminer  $\lim u_n$ .

**EXERCICE n°2**

On considère la suite  $(w_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $w_n = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^n}$

- 1) Montrer que  $w_n$  existe.
- 2) Calculer  $w_0$  et  $w_1$
- 3) Etudier le sens de variation de la suite  $(w_n)$ .
- 4) Démontrer que la suite est bornée par 0 et 1.
- 5) La suite  $(w_n)$  est elle convergente ? Justifiez votre réponse.

6) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $1 - w_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n} dx$ ,

puis que  $0 \leq 1 - w_n \leq \frac{1}{1+n}$  ( On montrera que  $\frac{x^n}{1+x^n} \leq x^n$  )

7) En déduire  $\lim w_n$ .

**EXERCICE n°3**

1) Calculer la limite de chacune des suites  $(v_n)$  et  $(t_n)$  définies par :

$$v_n = \frac{n^n e^{-n}}{n^4} \quad \text{et} \quad \ln(7^n t_n) = n$$