

**DEVOIR DE NIVEAU DE MATHÉMATIQUES : TLE D**

**EXERCICE I**

Un sac contient deux jetons noirs et quatre jetons blancs indiscernables au toucher. On procède à deux expériences aléatoires dénommées A et B.

1- Expérience A :

On tire simultanément deux jetons au hasard dans le sac. On considère les événements suivants :

- $A_0$  : « Tirer aucun jeton noir »
- $A_1$  : « Tirer exactement un jeton noir »
- $A_2$  : « Tirer les deux jetons noirs »

Calculer la probabilité de chacun de ces événements.

2- Expérience B :

Elle se fait après l'expérience A, ainsi il reste alors quatre jetons dans le sac. La composition du sac dépend de l'issue de l'expérience A.

On effectue un tirage successif de deux jetons sans remise. On considère les événements suivants :

- $B_0$  : « On a tiré aucun jeton noir au cours l'expérience de B »
- $B_1$  : « On a tiré exactement un jeton noir au cours de l'expérience B »
- $B_2$  : « On a tiré les deux jetons noirs au cours de l'expérience B »

a) Démontrer que  $P(B_0/A_0) = \frac{1}{6}$ .

b) Calculer les probabilités  $P(B_0/A_1)$  et  $P(B_0/A_2)$ .

c) En déduire la probabilité  $P(B_0)$ .

d) Soit E l'évènement : « Il a fallu exactement les deux expériences pour que les deux jetons noirs soit extraits du sac. »

Calculer  $P(E)$

**EXERCICE II**

Soit la fonction f de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le

plan muni d'un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ . Unité : 1 cm.

1-a) Déterminer  $D_f$  ensemble de définition de la fonction f.

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  et interpréter graphiquement le résultat.

c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter graphiquement le résultat.

2- Soit  $f'$  la fonction dérivée de f.

a) Montrer que  $\forall x \in D_f$ ;  $f'(x) = \frac{x(4+3x)}{2(1+x)\sqrt{x+1}}$ .

b) Etudier le signe de  $f'$  et en déduire le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3- Soit g restriction de f à l'intervalle  $] -1 ; 0[$

a) Montrer que g est une bijection de  $] -1 ; 0[$  sur un intervalle que l'on précisera.

b) On note  $g^{-1}$  la bijection réciproque de g et  $(C_{g^{-1}})$  sa courbe représentative.

Dresser le tableau de variation de  $g^{-1}$ .

c) Calculer  $g(-\frac{1}{3})$  ;  $g^{-1}(\frac{\sqrt{6}}{18})$  puis  $(g^{-1})'(\frac{\sqrt{6}}{18})$ .

4- Construire  $(C_f)$  et  $(C_{g^{-1}})$ .