Complexe Scolaire L'ARDOISE

QUARTIER :RIVIERA III
06 BP 1255 ABIDJAN 06
TEL : 22 47 07 39
22 47 42 32

COMPLEXE SCOLAIRE L'ARDOISE — ANNEE SCOLAIRE 2013 - 2014

BACCALAUREAT BLANC — **COEFFICIENT : 4**

SESSION FEVRIER 2014 — **DUREE : 4 heures**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Série : D

Ce sujet comporte trois pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.Chaque candidat recevra deux feuilles de papier millimétré

EXERCICE 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I,J) avec OI = 1 cm , on donne les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2i$, $b = 3+i$ et $c = 2 - 2i$.

1°) a) Ecrire les nombres complexe a , c et $\frac{c}{a}$ sous la forme trigonométrique puis sous la forme exponentielle.

b) Placer les points A, B et C dans le repère (O, I, J)

c) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

d) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD est soit un carré puis placer le point D dans le repère (O, I, J).

2°) Soit P le polynôme défini par $P(z) = z^3 - (5 + i) z^2 + (10 + 6i) z - 8 - 16i$.

a) Vérifier que $3 + i$ est une solution de P

b) Déterminer les nombres complexes u et v tels que $P(z) = (z - 3 - i)(z^2 + uz + v)$

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 2z + 4 + 4i = 0$

d) En déduire les solutions de l'équation (E') : $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0$

3°) M et M' sont les points d'affixes respectives z et z' tels que $z' = \frac{iz-2i-2}{z-2i}$

a) Déterminer et représenter l'ensemble (Δ) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$

b) Démontrer que $(z' - i)(z - 2i) = -4 - 2i$.

c) En déduire que lorsque le point M décrit le cercle (C) de centre A et de rayon $\sqrt{5}$, le point M' décrit un cercle (C') dont on déterminera le centre et le rayon.

EXERCICE 2

Le petit Koffi possède 20 billes : 13 rouges et 7 vertes . Il met 10 billes rouges et 3 vertes dans une boite cubique et 3 rouges et 4 vertes dans une boîte cylindrique.

1°) Koffi choisit simultanément trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

a) Déterminer la loi de probabilité de X
b) Calculer l'espérance mathématique de X

2°) Lorsqu'il va jouer aux billes avec ses amis, le petit Koffi, très méticuleux choisit d'abord une des deux boîtes puis tire au hasard une bille de la boîte choisie.Chaque type de boîte a la même probabilité d'être choisie par Koffi .
On désigne par C_1 l'évènement « l'enfant choisi la boîte cubique » ; par C_2 l'évènement : « l'enfant choisit la boîte cylindrique et par R l'évènement « l'enfant prend une bille rouge ».

a) Calculer P(R).
b) Sachant que le petit Koffi a choisi la bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cylindrique ?

3°) Koffi reproduit n fois de suite l'expérience décrite au 2°) en remettant à chaque fois la bille tirée à sa place.

a) Exprimer en fonction de n, la probabilité p_n que Koffi ait pris au moins une fois une bille rouge au cours de ses n choix.
b) Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $p_n \geq 0,99$

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction polynôme P définie par : $P(x) = 3x^3 - x - 2$.
1°) a) Vérifier que $P(1) = 0$
b) Déterminer les nombres réels a, b et c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
2°) Déterminer le signe de P (x) suivant les valeurs de x .

Partie B

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x^3 - x + 1 - 2\ln x$.
1°) a) Montrer que $g'(x) = \frac{P(x)}{x}$
b) Etudier le sens de variation de g (on ne demande pas de calculer les limites)
2°) Déduire de la question précédente le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

Partie C

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x + 1 + \frac{x + \ln x}{x^2}$
On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) avec OI = 2 cm.
1°) a) Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.