CORRECTION DU BAC 2015
MATHEMATIQUES série C

EXERCICE 1

PARTIE I

1) $p = \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{1}{25}$

2) Justification correcte
(arbre pondéré, p-liste etc…)

3) $p' = \frac{24}{25}$
Justification (évènement contraire ou $\frac{8}{25} + (\frac{8}{10})^2$)

PARTIE II
1.a) application correcte de la loi binomiale

$$q_n = C_n^0\left(\frac{4}{5}\right)^0 (\frac{1}{5})^n + C_n^1\left(\frac{4}{5}\right)^1 (\frac{1}{5})^{n-1}$$

On obtient :

$$q_n = \frac{1+4n}{5^n}$$

1.b) Démonstration correcte
Utilisation de l'évènement contraire

$$P_n = 1 - \frac{1}{5^n}$$

1.c) $P_n \geq 0{,}99$ pour $n \geq 3$
La plus petite valeur de n est 3.

2.a) Ensemble des valeurs prises par X

$$\{0\,;500\,;10000\,;15000\}$$

x_i	0	5000	10000	15000
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{64}{125}$

2.b) $E(X) = 12000$
$E(X) > 4800$: Il n'a pas intérêt à se garer en stationnement interdit.

EXERCICE 2

PARTIE I
1.a) $\left|\frac{z_A}{z_B}\right| = 1$

$$Arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right) = \frac{\pi}{3}$$

1.b)
$\begin{cases} OA = OB \\ mes\left(\widehat{\overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{OA}}\right) = \frac{\pi}{3} \end{cases}$ ou $\frac{z_A}{z_B} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

2.a) $\begin{cases} r(O) = P \\ t(P) = Q \end{cases}$ $\qquad f(O) = Q$

2.b)
f est la composé d'une rotation d'angle non nul et d'une translation donc f est une rotation.

L'angle de r est $\frac{\pi}{3}$ donc l'angle de f est $\frac{\pi}{3}$
2.c) Construction de K *(voir figure)*

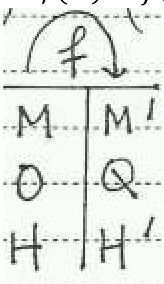
PARTIE II
1.a) $|z| = MO$ et $|y-3| = MH$

$$M \in (\Gamma) \Leftrightarrow 2MO = MH$$
$$\Leftrightarrow \frac{MO}{MH} = \frac{1}{2}$$

1.b) $(0, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. $\begin{cases} H(x;3) \\ M(x;y) \end{cases}$ H est le projeté orthogonal de M sur $(D) : y = 3$ et $\frac{MO}{MH} = \frac{1}{2}$ $et\ 0 < \frac{1}{2} < 1$
Donc (Γ) est une ellipse d'excentricité $\frac{1}{2}$
$O \in (D)$ donc O est un foyer
$(D) : y = 3$ est la directrice associée

1.c) démonstration
1.d) $\Omega(0;-1)$
Coordonnées des sommets
$(0;1)$; $(0;-3)$; $(\sqrt{3};-1)\ et\ (-\sqrt{3};-1)$ dans le repère $(0, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$
1.e) Tracé de (Γ) *(voir figure)*

2.a) $(\Gamma') = f((\Gamma))$



$\frac{M'Q}{M'H'} = \frac{MO}{MH} = \frac{1}{2}$
donc (Γ') est une ellipse d'excentricité $\frac{1}{2}$

2.b) un foyer : $f(O) = Q$
La directrice associée $(D') = f((D))$

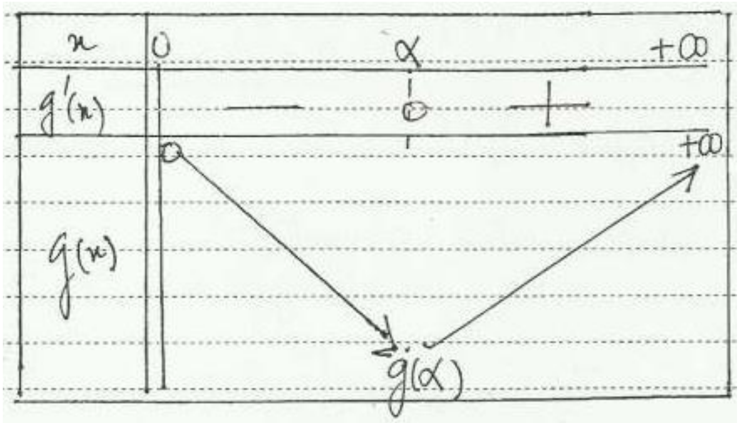
PROBLEME

PARTIE A
1) Limites

$$\lim_{x \to 0} g(x) = 0$$
$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$$

2) Justification
3.a) g est décroissante sur $]0; \propto]$
g est croissante sur $[\propto; +\infty[$

3.b)



4.a)
Sur $]0;\propto]$, g est continue et strictement décroissante $g(]0;\propto]) = [g(x);0[$, $g(x) < 0$
D'où $g(x) = 0$ n'admet pas de solution sur $]0;\propto]$
Sur $[\propto;+\infty[$, g est continue et strictement croissante et $g([\propto;+\infty[) = [g(\propto);+\infty[$
et $0 \in [g(\propto);+\infty[$ donc l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution β dans $[\propto;+\infty[$

4.b) Justification

$$\begin{cases} g(0{,}3) = -0{,}01 \\ g(0{,}4) = 0{,}13 \end{cases} \quad 0{,}3 < \beta < 0{,}4$$

4.c) Démonstration correcte

$$\forall\, x \in]0;\beta[\ g(x) < 0$$
$$\forall\, x \in\ ]\beta;+\infty[\ g(x) > 0$$

PARTIE B

1.a) on a $f(x) = -(\frac{e^{-x^2}-1}{-x^2})x^2 \ln x$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 0 = f(0)$$

2) Dérivabilité

On a $\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -(\frac{e^{-x^2}}{-x^2})x\ln(x)$

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0$$

3.a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

3.b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

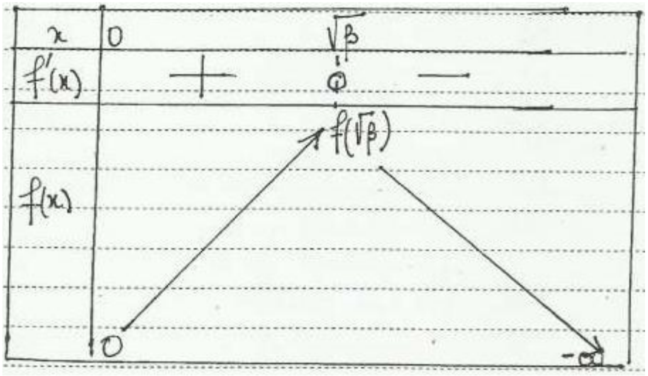
3.c) $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \end{cases}$ donc (C) admet une branche parabolique de direction (OI)

4.a) Démonstration correcte
4.b) Variation

$$x \in\ ]0;+\infty[\ \begin{cases} Le\ signe\ de\ f'(x)\ est\ celui\ de - g(x^2) \\ f'(x) = 0 \ \Leftrightarrow x = \sqrt{\beta} \end{cases}$$

$\forall\, x \in\ \left]0;\sqrt{\beta}\right[$, $f'(x) > 0$ donc f est croissante sur $\left[+0;\sqrt{\beta}\right]$
$\forall\, x \in\ \left]\sqrt{\beta};+\infty\right[$, $f'(x) < 0$ donc f est décroissante sur $\left[\sqrt{\beta};+\infty\right[$

3.c)



5.a) Tangente (T)

$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = \frac{1}{e} - 1 \end{cases}$ $(T) : y = (\frac{1}{e} - 1)(x - 1)$ ou $(T) : y = \left(\frac{1}{e} - 1\right)x + 1 - \frac{1}{e}$

5.b) Tracé de (T) et (C)

(voir figure)

PARTIE C

1.a) Démonstration

1.b) Démonstration

2.a) $I_n(t) = \frac{t^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{t^{n+1}}{n+1}\ln t - \frac{1}{(n+1)^2}$

2.b) on a $\forall\, x \in\ ]0; +\infty[\ , 1 - x \leq e^{-x} \leq 1 - x + \frac{x^2}{2}$

$$-x^2 \leq e^{-x^2} - 1 \leq -x^2 + \frac{x^4}{2}$$

$\forall\, x \in\ ]0; 1[\ , \ln(x) \leq 0$ donc $\left(-x^2 + \frac{x^4}{2}\right)\ln(x) \leq f(x) \leq -x^2 \ln x \qquad \otimes$

En intégrant membre à membre $\otimes$ sur $]t; 1]$

On a : $-I_2(t) + \frac{1}{2}I_4(t) \leq \int_t^1 f(x)dx \leq -I_2(t)$

3.a) interpretation géométrique

3.b) on a $\frac{41}{450} \leq S \leq \frac{1}{9}$ ou $0{,}09 \leq S \leq 0{,}11$

Figure exercice 2 :

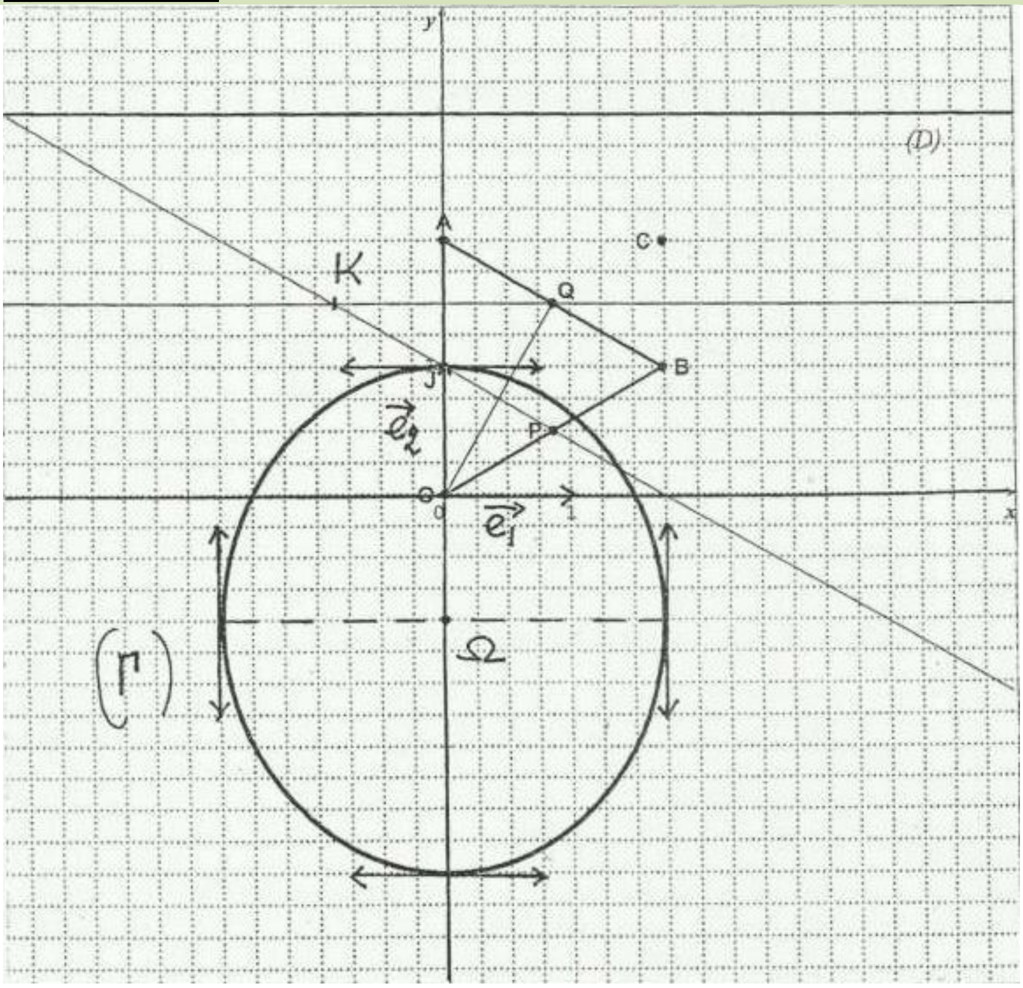


Figure Problème :