


**SERIE A<sub>1</sub>**

Coefficient : 03

Durée : 03heures

# MATHÉMATIQUES

## EXERCICE I (la partie A et la partie B sont indépendantes)

A - On donne les polynômes :

$$P = x^3 - x^2 - 14x + 24 \text{ et } Q(x) = x^2 + x - 12.$$

1. Déterminer les racines de  $Q(x)$ .
2. Vérifier que  $P(x) = (x - 2)Q(x)$
3. Déduire les racines de  $P(x)$ .
4. Résoudre l'inéquation de  $P(x) \geq 0$  et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

 B - Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 1}{(x+1)^2}$ .

- 1) Vérifier que  $\forall x \in ] -1; +\infty[, f(x) = 2 - \frac{3}{(x+1)^2}$ .
- 2) Déterminer une primitive  $F$  de  $f$  sur  $] -1; +\infty[$ .
- 3) Déterminer la primitive  $G$  de  $f$  qui prend la valeur de 2 en 0.

## EXERCICE II : Un lave-assiette contient des objets de trois natures différentes :

- Des verres
- Des tasses
- Des assiettes.

Il y a 10 verres incolores.

5 tasses bleues

10 assiettes dont 6 sont bleues et 4 sont jaunes.

Lorsqu'on vide ce lave-assiette, on constate que deux objets sont cassés.

On désigne par A, B, C les événements suivants :

$$\frac{1}{3}$$

A : « Un des deux objets cassés et un seul est une assiette ».

B : « Un des deux objets cassés et un seul est bleu ».

C : « Les deux objets cassés sont de natures différentes ».

On suppose que chaque objet a la même probabilité d'être cassé.

- 1) a. Vérifier que la probabilité de l'évènement A est  $P(A) = \frac{1}{2}$ .
  - b. Vérifier que la probabilité de l'évènement B est  $P(B) = \frac{77}{150}$ .
  - c.  $P(A \cap B)$  est la probabilité pour qu'un seul des deux objets cassés soit une assiette et un seul des deux objets cassés soit bleu.  
Démontrer  $P(A \cap B) = \frac{4}{15}$ .
  - d. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
- 2) Calculer la probabilité de l'évènement C.
  - 3) Quelle est la probabilité pour qu'au moins un verre soit cassé ?

## PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . Unité graphique : 1cm.

On considère la fonction  $f$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x+1}$ .

On note  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans le repère  $(O, I, J)$ .

1. Vérifier que :  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{4}\right\}, f(x) = x - \frac{5}{4} + \frac{9}{4(4x+1)}$ .
  2. Démontrer que le point A  $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{2}\right)$  est un centre de symétrie de  $(C)$ .
  3. a) Justifier que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x - \frac{5}{4}$  est une asymptote à  $(C)$  en  $+\infty$ .
  - b) Justifier que  $(C)$  est en-dessous de  $(D)$  sur  $\left]-\infty; -\frac{1}{4}\right[$  et au-dessus de  $(D)$  sur  $\left]-\frac{1}{4}; +\infty\right[$ .
  - c) Vérifier que la droite  $(D)$  passe par le point A et par le point B  $\left(\frac{9}{4}; 1\right)$ .
4. a) Justifier que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^+} f(x) = +\infty$ .
  - b) Donner une équation d'une asymptote  $(D')$  de  $(C)$  parallèle à la droite  $(OJ)$ .

$\frac{2}{3}$

5. Vérifier que :  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{4}\right\}, f'(x) = \frac{8(2x-1)(x+1)}{(4x+1)^2}$ .

En déduire le sens de variation de  $f$ .

6. a) Vérifier que :  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  et  $f(-1) = -3$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

7. Tracer les droites  $(D)$  et  $(D')$  puis construire la courbe  $(C)$  avec soin.