COLLÈGES CATHOLIQUES NOTRE DAME D'AFRIQUE ET SAINT JEAN BOSCO

BACCALAURÉAT BLANC
Session Janvier 2015

SERIE A_2
Coefficient : 02
Durée : 02 heures

MATHÉMATIQUES

EXERCICE I : On donne les polynômes :

$P = x^3 - x^2 - 14x + 24$ et $Q(x) = x^2 + x - 12.$

1. Déterminer les racines de $Q(x)$.
2. Vérifier que $P(x) = (x-2)Q(x)$
3. Déduire les racines de $P(x)$.
4. Résoudre l'inéquation de $P(x) \geq 0$ et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

EXERCICE II : Un lave-assiette contient des objets de trois natures différentes :

- Des verres
- Des tasses
- Des assiettes.

Il y a 10 verres incolores.
5 tasses bleues
10 assiettes dont 6 sont bleues et 4 sont jaunes.

Lorsqu'on vide ce lave-assiette, on constate que deux objets sont cassés.
On désigne par A, B, C les évènements suivants :
A : « Un des deux objets cassés et un seul est une assiette ».
B : « Un des deux objets cassés et un seul est bleu ».
C : « Les deux objets cassés sont de natures différentes ».
On suppose que chaque objet a la même probabilité d'être cassé.

1) **a.** Vérifier que la probabilité de l'évènement **A** est $P(A) = \frac{1}{2}$.

b. Vérifier que la probabilité de l'évènement **B** est $P(B) = \frac{77}{150}$.

c. $P(A \cap B)$ est la probabilité pour qu'un seul des deux objets cassés soit une assiette et un seul des deux objets cassés soit bleu.

Démontrer $P(A \cap B) = \frac{4}{15}$.

d. Les évènements **A** et **B** sont-ils indépendants ?

2) Calculer la probabilité de l'évènement **C**.

3) Quelle est la probabilité pour qu'au moins un verre soit cassé ?

PROBLÈME :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : $1cm$.

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x+1}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{4}\right\}, f(x) = x - \frac{5}{4} + \frac{9}{4(4x+1)}$.
2. Démontrer que le point A $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{2}\right)$ est un centre de symétrie de (C).
3. **a)** Justifier que la droite (D) d'équation $y = x - \frac{5}{4}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

   b) Justifier que (C) est en-dessous de (D) sur $\left]-\infty; -\frac{1}{4}\right[$ et au-dessus de (D) sur $\left]-\frac{1}{4}; +\infty\right[$.

   c) Vérifier que la droite (D) passe par le point A et le point $B\left(\frac{9}{4}; 1\right)$.
4. **a)** Justifier que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{4} \\ >}} f(x) = +\infty$.

   b) Donner une équation d'une asymptote (D') de (C) parallèle à la droite (OJ).
5. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{4}\right\}, f'(x) = \frac{8(2x-1)(x+1)}{(4x+1)^2}$.

   En déduire le sens de variation de f.
6. **a)** Vérifier que : $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ et $f(-1) = -3$

   b) Dresser le tableau de variation de f.
7. Tracer les droites (D) et (D') puis construire la courbe (C) avec soin.