COLLÈGES CATHOLIQUES
NOTRE DAME D'AFRIQUE
ET SAINT JEAN BOSCO

BACCALAURÉAT
BLANC
Session Janvier 2015

Coefficient : 05
Durée : 04 heures

MATHÉMATIQUES

SERIE C

EXERCICE 1

1) Résoudre dans Z le système : $\begin{cases} x \equiv 14 \ [\![26]\!] \\ x \equiv 10 \ [\![40]\!] \end{cases}$

2) Pour effectuer un convoi, deux types de cars sont disponibles. Le premier type de cars comporte 40 places et le second type 26 places. Il y a plus de cars de 40 places que de cars de 26 places. Lorsque tous les participants prennent des cars de 40 places, il y a 10 personnes qui n'auront pas de places, si on utilise uniquement des cars de 26 places, 14 personnes n'auront pas de places. On utilise les deux types de cars. Alors il restera deux places dans l'un des cars.

Sachant que le nombre de passagers ne dépasse pas 700.

Déterminer le nombre de passagers et le nombre de cars de chaque type.

EXERCICE 2

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, l'unité graphique est le cm.

On considère les points A, B et C d'affixe respectives : $a = 2i$; $b = 4$ et $c = 4 + 4i$

1-a- Placer les points A, B et C.

b- Ecrire chacun des complexes a, b et c sous forme trigonométrique.

c- Démontrer que le triangle ABC est isocèle.

2- On considère le système de points pondérés $\{(A, 2) ; (B, 1) ; (C, 1)\}$ et H le milieu de $[BC]$

a- Démontrer que le barycentre G de ce système de points pondérés existe.

b- En justifiant la construction, placer le point G.

c- Démontrer que pour tout point M du plan : $\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = 8$

d- Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tels que :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

3- On considère maintenant le système de points pondérés : $\{(A, 2) ; (B, n) ; (C, n)\}$ où n est un entier naturel fixé.

a- Démontrer que le barycentre G_n de ce système de points pondérés existe.

b- Placer G_0 et G_2

c- Démontrer que le point G_n appartient au segment $[AH]$.

d- Calculer la distance AG_n en fonction de n et déterminer la limite de AG_n quand n tend vers $+\infty$

e- Préciser la position limite de G_n quand n tend vers $+\infty$

PROBLEME

Dans tout le problème le plan est muni du repère orthonormé (O,I,J). (unité : 2 cm)

Partie A

1.) On considère f la fonction numérique, de courbe représentative (C_f), définie sur IR par $f(x)=xe^{1-x}$.

a- Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

b- On admet que f dérivable sur IR. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

c- Tracer la courbe (C_f) en prenant soin de tracer la tangente à l'origine.

2.) On considère g la fonction numérique définie sur IR par : $g(x)=|x|e^{|1-x|}$.

a- Ecrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

b- En déduire une méthode pour obtenir la courbe représentative (C_g) de g sur $]-\infty;1]$ à partir de (C_f).

c- Etudier sur l'intervalle $[1;+\infty[$, le sens de variation de la fonction $h : x \mapsto xe^{x-1}$.

d- Etudier la dérivabilité de g en 0 et en 1.

e- Déduire des questions précédentes le tableau de variation de g.

f- Tracer (C_g) ainsi que les demi-tangentes à (C_g) aux points d'abscisses 0 et 1.

Partie B

Soit n un entier naturel non nul. On considère la famille de fonctions f_n définies par $f_n(x)=xe^{n(1-x)}$. On note (C_n) la courbe représentative de f_n.

1.) Calculer la limite de $f_n(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

2.) Calculer la limite de $f_n(x)$ et de $\frac{f_n(x)}{x}$ quand x tend vers $-\infty$. En donner une interprétation graphique.

3.) On admet que, pour tout entier naturel non nul n, la fonction f_n est dérivable sur IR.

a- Déterminer la dérivée f_n' de f_n.

b- Etudier le signe de $f_n'(x)$ et dresser le tableau de variation de f_n.

c- Résoudre dans IR, l'équation : $f_n(x) = x$.

d- En déduire que toutes les courbes (C_n) passant par deux points fixes que l'on précisera.

4.) Etudier la position de (C_n) par rapport à (C_{n+1}).

5.) Tracer (C_2) dans le repère (O, I, J).