

DGEM / DP
DEVOIRS COMMUNS DE NIVEAU
JANVIER / FEVRIER 2015

Durée : A1 3h - A2 2h
Coeff. : 2

NIVEAU : Terminale A₁₋₂

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2, 2/2.

Exercice 1 :

On considère le polynôme $p(x)$ définie par : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

- 1) Vérifier que 2 est une racine de $P(x)$
- 2) Ecrire $P(x)$ sous forme $P(x) = (x - 2) Q(x)$ ou $Q(x)$ est un polynôme de degré 2 à déterminer.
- 3) Factoriser $Q(x)$
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
 - a) L'équation $P(x) = 0$
 - b) L'inéquation $P(x) > 0$ (série A1 seulement).

Exercice 2 :

Mme Kouakou a acheté douze gâteaux dont cinq gâteaux parfumés à la vanille, quatre au chocolat et les trois autres à la banane. Les gâteaux sont placés dans un panier et sont indiscernables au toucher.

Pour l'anniversaire de son fils Marc, elle décide de lui offrir trois gâteaux.

Soit les évènements suivants :

A « Les gâteaux sont de même parfum »

B « les gâteaux sont de parfum différents »

C « les gâteaux contiennent exactement deux gâteaux de même parfum »

I- Marc choisit simultanément et au hasard trois des gâteaux.

1- Justifier que le nombre de choix possible est 220

2- Démontrer que la probabilité $P(A)$ de l'évènement A est $\frac{15}{220}$

3- Démontrer que la probabilité $P(B)$ de l'évènement B est $\frac{6}{22}$

4- En déduire probabilité $P(C)$ de l'évènement C.

II- Marc décide plutôt de choisir au hasard un gâteau le matin, un gâteau à midi et un gâteau le soir.

1- Justifier que le nombre de choix possible est 1320.

2- Démontrer que la probabilité $P(A)$ de l'évènement A est $\frac{9}{132}$

III- Série A1 seulement.

Un gâteau à la vanille coute 200 Frs, au chocolat 100 Frs et à la banane 50 Frs.

Soit X, la variable aléatoire qui à chaque choix simultané de trois gâteaux associe le montant payé

1- Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

$X = x_i$	600	500	450	400	350	300	250	200	150
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{22}$		$\frac{3}{22}$		$\frac{3}{11}$	$\frac{19}{220}$		$\frac{3}{55}$	

2- Démontrer que l'espérance mathématique de X est $E(X) = \frac{8525}{22}$

NB : les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles

Problème

On considère la fonction définie par $f(x) = \frac{(x-2)^2 + (2x-3)}{x^2+1}$ et (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

1- Démontrer que : $(x-2)^2 + (2x-3) = x^2 - 2x + 1$

En déduire que $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$, puis $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1}$

2- Déterminer l'ensemble de définition de f.

3- .

a) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$

b) Montrer que la droite (D) d'équation : $y = 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) .

4-

a) Calculer la dérivée f' de f.

b) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

5- Déterminer une équation de la tangente (Δ) au point d'abscisse $x = 0$.

6- Démontrer que le point $S(0 ; 1)$ est un centre de symétrie de (C_f) .

Construire (C_f) , (D) et (Δ) dans un repère orthonormé